

[Time: 3:00 Hours]

Sem-III Diploma Exam 2023 (Odd)
(Common Branch) (Theory)
Applied Mathematics-I (1600301)

[Max. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.
(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें।) :-

(1*20=20)

- i.** The value of $\int \tan x \, dx$ is
 ($\int \tan x \, dx$ का मान ----- है)
 (a) $\sin x + c$ (b) $\log|\sec x| + c$ (c) $-\cos x + c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- ii.** The value of $\int e^{2x} \, dx$
 ($\int e^{2x} \, dx$ का मान ----- है)
 (a) $\frac{1}{2}e^{2x} + c$ (b) $2^3x + c$ (c) $e^x + c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iii.** The value of $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$ is
 ($\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$ का मान ----- है)
 (a) 1 (b) 0 (c) 1/2 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iv.** The value of $\int_{-2}^2 \frac{|x|}{x} \cdot dx$ is
 ($\int_{-2}^2 \frac{|x|}{x} \cdot dx$ का मान है)
 (a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v.** The value of $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} \cdot dx$ is
 ($\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} \cdot dx$ का मान ----- है)
 (a) $\pi/32$ (b) $\pi^2/32$ (c) $32/\pi^2$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vi.** The value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ is
 ($\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ का मान है-)
 (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vii.** The orthogonal trajectory of the family of curves $y^2 = 4ax$ is
 (वक्र के परिवार $y^2 = 4ax$ का ऑर्थोगोनल प्रक्षेपन ---- है)
 (a) $x^2 + y^2 = 2c$ (b) $x^2 + 2y^2 = 2c$ (c) $2x^2 + y^2 = 2c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- viii.** The order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ is
 (अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ का कोटी एवं घात ---- है)
 (a) 2 and 3 (2 और 3) (b) 3 and 2 (3 और 2) (c) 2 and 2 (2 और 2) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

- ix.** The solution of differential equation $\sec^2 x \cdot \tan y \cdot du + \sec^2 y \cdot \tan x \cdot dy = 0$ is
(अवकल समीकरण $\sec^2 x \cdot \tan y \cdot dx + \sec^2 y \cdot \tan x \cdot dy = 0$ का हल ----- है)
- (a) $\tan x \cdot \tan y = k$ (b) $\tan x + \tan y = k$ (c) $\tan x - \tan y = k$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- x.** The differential equation of the family of Curve $y = \sin(mx + B)$ where A and B are arbitrary content is :
(वक्र -कुल $y = \sin(mx + B)$ का अवकल समीकरण, जहाँ A और B स्वेच्छा आचर है-)
- (a) $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$ (b) $\frac{d^2y}{dx^2} - m^2y = 0$ (c) $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2x = 0$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xi.** The differential equation $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ is an exact differential equation of -----
(अवकल समीकरण $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ सटिम अवकल समीकरण होगा यदि)
- (a) $\frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial x} = 0$ (b) $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 0$ (c) $\frac{\partial M}{\partial y} \times \frac{\partial N}{\partial x} = 1$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xii.** Laplace transform of 1 that is $L\{1\}$ (when $S > 0$) is :
(1 का लाप्लास ट्रांसफॉर्म अर्थात $L\{1\}$ (when $S > 0$) is)
- (a) $\frac{1}{s}$ (b) $\frac{1}{s^2}$ (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiii.** If $L\{f(t)\} = F(s)$, then $L\{e^{at} \cdot f(t)\}$ is equal to
(यदि $L\{f(t)\} = F(s)$, then $L\{e^{at} \cdot f(t)\}$ बराबर ----- है)
- (a) $F(s + a)$ (b) $F(s - a)$ (c) $F(s^2 - a^2)$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiv.** Laplace transform of $\{e^{at} \cdot \sin bt\}$ (when $s > a$) is
($\{e^{at} \cdot \sin bt\}$ का लाप्लास ट्रांसफॉर्म है (जब $s > a$))
- (a) $\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$ (b) $\frac{a}{(s-a)^2 + b^2}$ (c) $\frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xv.** Inverse Laplace Transform of $\frac{s}{s^2+1}$ is
($\frac{s}{s^2+1}$ का व्युत्क्रम ट्रांसफॉर्म है)
- (a) $\sin t$ (b) $\cos t$ (c) $-\sin t$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvi.** The inverse Laplace transform of $\frac{s}{s^2+9}$ is equal to (when $s > 0$) : ($\frac{s}{s^2+9}$ का व्युत्क्रम लाप्लास ट्रांसफॉर्म है (जब $s > 0$))
- (a) $\sin 3t$ (b) $2 \cos 3t$ (c) $\cos 3t$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvii.** At least one real root of the equation $x^3 - x + 4 = 0$ lies between,
(समीकरण $x^3 - x + 4 = 0$ का कम से कम एवं वास्तविक मूल निम्नलिखित के बीच के बीच है:-)
- (a) 0 and 1 (0 और 1) (b) 1 and 2 (1 और 2) (c) 2 and 3 (2 और 3) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xviii.** Solution of simultaneous linear of algebraic equation obtained by -----
(सिमुलटेनियस रैखिक बीज गणितीय समीकरण का हल प्राप्त होता है)
- (a) Newton-Raphson Method (न्यूटन-रैप्सन विधि) (c) Bisection Method (वासेक्शन विधि)
(b) Gauss elimination method (गॉस इलिमिनेशन विधि) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xix.** The equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ has at least one root lies between:
(समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का कम से कम एक मूल ----- के बीच होगा)
- (a) 0 and 1 (0 और 1) (b) 2 and 3 (2 और 3) (c) 0 and 2 (0 और 2) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xx.** Approximate root of the equation $f(x) = 0$ is
(समीकरण $f(x) = 0$ के मूल का लगभग ---- से निकाला जाता है)
- (a) Jacobi's iteration method (जैकाबी इटरेशन विधि) (c) Newton-Raphson Method (न्यूटन-रैप्सन विधि)
(b) Gauss elimination method (गॉस इलिमिनेशन विधि) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप -बी)

Q.2 Evaluate :- $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+4}}$ 4
 (मान निकालें :- $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+4}}$)

OR (अथवा)

Evaluate :- $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 4
 (मान निकालें :- $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$)

Q.3 Evaluate : $\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx$ 4
 (मान निकालें : $\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx$)

OR (अथवा)

Prove that $\int_0^{\pi/2} \log \tan x dx = 0$ 4
 (सिद्ध करें $\int_0^{\pi/2} \log \tan x dx = 0$)

Q.4 Solve the following differential equation 4

$$(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$$

(निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें)

$$(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$$

OR (अथवा)

Solve the following differential equation 4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$$

(निम्न अवकल समीकरण को हल करें।)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$$

Q.5 Find the Laplace transform of $e^{2t} \cos^2 t$. 4
 ($e^{2t} \cos^2 t$ का लाप्लास ट्रांसफार्म निकालें।)

OR (अथवा)

Find the Inverse Laplace transform of $\frac{s-2}{s^2+5s+6}$ 4
 ($\frac{s-2}{s^2+5s+6}$ का व्युत्क्रम लाप्लास ट्रांसफार्म निकालिए।)

Q.6 Find the real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ by Newton Raphson Method (Three iteration only) 4
 (न्यूटन - रैप्सन विधि से $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात करें (केवल तीन पुनरावृत्ति तक))

OR (अथवा)

Find a real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ by Regula falsi Method (Three iteration only) 4
 (समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल रेगुला फाल्सी विधि से ज्ञात करें। (केवल तीन पुनरावृत्ति तक))

Group (C) (ग्रुप - सी)

Q.7 Find the area of the portion of the Parabola $y^2 = 16 ax$ cut off by the line $y = 4 mx$ 6
 (सरल रेखा $y = 4 mx$ द्वारा परवलय $y^2 = 16 ax$ से कटे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालें।)

OR (अथवा)

Find the R.M.S. value of the function $y = x^2$ over the interval $1 \leq x \leq 3$ 6
 (फलन $y = x^2$ का R.M.S. मान $1 \leq x \leq 3$ अन्तराल में निकालें।)

Q.8 Solve :- $\sin^2 x \frac{dy}{dx} + y = \cot x$. 6

(हल करें :- $\sin^2 x \frac{dy}{dx} + y = \cot x$)

OR (अथवा)

Solve the following differential equation 6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x - 2y - 7}{3x - y + 4}$$

(निम्न अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x - 2y - 7}{3x - y + 4})$$

Q.9 Using Convolution Theorem evaluate 6

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-2)(s+2)^2} \right\}; (s > 0)$$

(कन्वोल्यूशन प्रमेय का प्रयोग कर मान निकालें :- $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-2)(s+2)^2} \right\}; (s > 0)$)

OR (अथवा)

Solve the following equation by Laplace transform Method $y'' - 3y' + 2y = 1 - e^{2t}$ if $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ 6

(निम्न समीकरण को लापलास ट्रान्सफॉर्म विधि से हल करें $y'' - 3y' + 2y = 1 - e^{2t}$ यदि $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$)

Q.10 Obtain the Fourier series to represent $f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x)^2$, $0 \leq x \leq 2\pi$ 6

Hence obtain the following relation

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

(फोरियर सिरिज निकालें जब $f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x)^2$, $0 \leq x \leq 2\pi$ एवं निम्नलिखित सम्बन्ध स्थापित करें

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6})$$

OR (अथवा)

Find the fourier series of $f(x) = e^{ax}$ in the interval $[-\pi, \pi]$ 6

($f(x) = e^{ax}$ का $[-\pi, \pi]$ अंतराल में फोरियर सीरिज ज्ञात कीजिए।)

Q.11 Solve the following equation by Gauss Elimination Method. $2x + 3y + z = 13$, $x - y - 2z = -1$, $3x + y + 4z = 15$. 6

(गॉस एलिमिनेशन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल करें $-2x + 3y + z = 13$, $x - y - 2z = -1$, $3x + y + 4z = 15$)

OR (अथवा)

Solve the following equation by Jacobi's Iteration Method (Up to Three Iteration). $10x - 2y - 2z = 6$, $-x - y + 10z = 8$, $-x + 10y - 2z = 7$ 6

(जैकोबी इटरेशन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल करें (तीन पुनरावृत्ति तक) $10x - 2y - 2z = 6$, $-x - y + 10z = 8$, $-x + 10y - 2z = 7$)

-----*****-----